“861 数学分析”考试大纲

一、考试范围

数学分析课程教学基本要求的所有内容。

二、考查要点

（一）数列极限

1.数列极限的概念；

2.收敛数列的性质；

3.数列极限存在的条件。

（二）函数极限

1.函数极限的概念；

2.函数极限的性质；

3.函数极限存在的条件；

4.两个重要极限；

5.无穷大量与无穷小量；

6.多元函数极限。

（三）函数的连续性

1.一元函数连续性概念；

2.一元函数间断点及其分类；

3.一元函数连续函数的性质；

4.多元函数连续性。

（四）一元函数微分学

1.导数与微分的概念；

2.求导法则高阶导数与微分；

3.微分中值定理及其应用。

（五）多元函数微分学

1.偏导数与全微分；

2.复合函数微分法；

3.方向导数与梯度；

4.泰勒公式与极值问题；

5.隐函数定理及其应用。

（六）一元函数积分学

1.不定积分的概念与基本积分公式；

2.换元积分法与分部积分法；

3.有理函数和可化为有理函数的不定积分；

4.定积分的概念与计算；

5.可积条件；

6.定积分性质；

7.微积分学基本定理；

8.定积分的应用；

9.反常积分概念、反常积分收敛性质及判别。

（七）多元函数积分学

1.含参量正常积分概念及性质；

2.含参量反常积分概念及性质；

3.第一型曲线积分概念与计算；

4.第二型曲线积分的概念与计算；

5.二重积分概念、性质及计算；

6.三重积分概念、性质及计算；

7.第一型曲面积分概念与计算；

8.第二型曲面积分的概念与计算；

9.格林公式、高斯公式、斯托克斯公式的运用。

（八）级数

1.数项级数收敛性；

2.函数列与函数项级数一致收敛及其性质；

3.幂级数及函数的幂级数展开；

4.傅里叶级数及周期函数的傅里叶展开式。

三、考试内容

主要考查考生对数学分析课程的基础理论、基本知识掌握和运用的情况，要求考生应掌握以下有关知识：

1．掌握函数的概念及表示法，会建立简单应用问题的函数关系式；掌握一些特殊函数；掌握函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性；掌握复合函数及分段函数的概念、反函数的概念及其应用；掌握基本初等函数的性质及其图形，掌握初等函数的概念。

2．理解并掌握数列（函数）极限的定义；掌握利用定义来描述极限问题并利用定义证明极限的一些基本方法；熟悉极限唯一性，有界性，保号性的叙述和证明并利用它们证明有关极限命题，了解归结原则的内容；熟悉运用定义，四则运算、极限存在的判别方法、两个重要极限及柯西准则，判别极限的存在性；熟悉数列与子数列间的关系；熟练掌握计算数列（函数）极限的基本方法；了解无穷小量与无穷大量，无穷小量阶的比较，熟悉等价无穷小；会求曲线的渐近线。

3．掌握连续函数的概念及定义，掌握间断点的分类及其判定；掌握连续函数的局部性质；掌握闭区间上连续函数的性质及其应用；掌握初等函数的连续性，掌握一致连续的概念。

4．熟练掌握求导法则与基本求导公式；熟练掌握求函数的导数，特别是复合函数的导数；熟悉导数的几何意义，会求函数的微分、高阶导数；熟悉函数在一点连续的概念，可导与可微之间的关系；了解微分的几何意义、近似计算。

5．熟悉导数的两个重要定理；了解几个简单函数的泰勒展开式；熟练掌握利用罗比塔法则求不定式的极限；熟悉利用导数研究函数的单调性，极值，最值，凹凸性，拐点；了解函数作图的基本方法。

6．掌握实数连续性的几个基本定理的内容，了解应用定理证明问题的方法和步骤。

7．熟悉原函数与不定积分的概念；熟练掌握线性运算法则，换元积分法与分部积分法；熟悉有理函数、三角函数有理式及某些无理根式的不定积分。

8．熟悉定积分的概念；了解上和与下和的概念，熟悉可积准则，可积的必要条件，可积的充要条件；熟悉可积函数类；掌握可变上限定积分的性质，积分中值定理；熟练掌握线性性质、换元积分法、分部积分法，利用牛莱公式计算定积分。

9．熟悉定积分的几何应用；了解定积分在物理上的应用；熟悉“微元法”。

10．能准确判断反常积分的敛散性及绝对收敛与条件收敛性；熟悉收敛的反

常积分的计算方法。

11．熟悉数项级数的收敛、发散、绝对收敛与条件收敛等概念及其收敛级数的基本性质；熟练掌握正项级数敛散性的判别法；掌握交错级数与莱布尼兹判别法；掌握几何级数与 P 级数的敛散性；熟悉绝对收敛与条件收敛的概念与判定；掌握阿贝尔判别法与狄利克雷判别法。

12．理解并掌握函数列与函数项级数一致收敛的概念；熟悉函数列一致收敛的充要条件定理；掌握函数项级数一致收敛的维尔斯特拉斯优级数判别法；熟悉函数列与函数项级数和函数的分析性质及其证明，并会应用；熟悉一致收敛柯西准则，阿贝耳判别法与狄利克雷判别法。

13．会求幂级数的收敛半径、收敛域、和函数；了解泰勒定理的内容，幂级数的性质与运算；熟悉几个初等函数的幂级数展开式并会间接求某些函数的泰勒展开式。

14．熟悉三角函数的正交性与函数的傅里叶级数的概念；熟悉收敛定理的内容，了解收敛定理的证明；会求一些函数的傅里叶级数展开式。

15．熟悉多元函数、多元函数的极限、累次极限与连续性等概念，会求二重极限、累次极限，会讨论函数的连续性；了解闭区域套定理，聚点定理，有限覆盖定理以及多元连续函数的性质；了解论证多元函数问题的方法----化一法。

16．掌握多元函数偏导数、全微分、高阶偏导数、方向导数的概念与计算；熟悉可微、偏导数、连续三者间的关系；理解并掌握两个不同的中值定理间的区别与联系；了解泰勒定理，会求二元函数的极值。

17．熟悉隐函数（组）概念与隐函数（组）的定理，掌握隐函数（组）求导方法；熟悉平面曲线的切线与法线、空间曲线的切线与法平面方程、曲面的切平面与法线方程的求法；熟悉一元隐函数的极值、多元函数的条件极值的求法。

18．掌握含参量反常积分一致收敛的定义、判别法；了解含参量反常积分的性质；了解欧拉积分。

19．了解两类曲线积分的概念、性质；了解两类曲线积分的关系；掌握两类曲线积分的计算。

20．熟悉二重积分与三重积分的概念、性质；掌握二重积分与三重积分的计算、格林公式，曲线积分与路线无关的条件；了解二重积分与三重积分的简单应

用。

21．了解第一类曲面积分的概念，第二类曲面积分的概念；掌握第一类曲面积分的计算，第二类曲面积分的计算；掌握高斯公式与斯托克斯公式；了解两类曲面积分间的关系。

四、试题主要类型

1.答题时间：180 分钟

2.试卷总分：150 分

3.数学分析试题类型：填空题、计算题、证明题

五、主要参考书目

1.陈纪修、於崇华等，《数学分析》（第三版）（上、下册），高等教育出版社，2019 年。

2.华东师范大学数学系编，《数学分析》（第五版），高等教育出版社，2019 年。